**第四章 主要分析結果**

 在本章，將根據美式足球隊員的最大的頭寬()、頭部周長()、眼睛高度頭正面到反面的長度()、眼睛到頭頂的長度()、耳朵到頭頂的長度()及下頜、下巴寬度()這六個變數，用線性區別法將美式足球隊員區分為高中美式足球隊員、大學美式足球隊員及非美式足球隊員三組，並計算錯誤分類的機率。結果放在4.1與4.2節中，4.1為線性區別法的分析結果(一)，4.2為錯誤率的計算(一)。另外因為由第三章的初步分析可知，最大的頭寬()與眼睛高度頭正面到反面的長度()兩個變數的區別能力可能不佳，因此也考慮在用線性區別法時，只使用另外四個區別能力較佳的變數，區別分析的結果與錯誤率的計算，則放在4.3與4.4節中，4.3為線性區別法的分析結果(二)，4.4為錯誤率的計算(二)。最後4.5為新的觀察值的分類。

**4.1線性區別法的分析結果(一)**

由2.2.2可知個變異數相等的常態母體的線性分類法則為

其中



在計算之前，需先求三組美式足球隊員的資料的樣本平均向量及樣本變異數共變數矩陣，結果如下：

  







而全部資料的樣本平均向量及合併的樣本變異數共變數矩陣如下：





由SPSS的區別分析的報表可得到下面三組美式足球隊員的估計的線性區別分數()：







再將90筆資料的到的數字代入，算出，， 的線性區別分數的值，得到表4-1。

**表4-1 線性區別分數及實際與預測的組別(一)**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Number | 實際組別 |  |  |  | 預測組別 |
| 1 | 1 | 580.0272 | 575.9945 | 576.6461 | 1 |
| 2 | 1 | 655.6180 | 652.6789 | 653.3684 | 1 |
| 3 | 1 | 565.0855 | 568.3135 | 567.1567 | 2 |
| 4 | 1 | 635.0714 | 630.3155 | 632.1813 | 1 |
| 5 | 1 | 635.3237 | 628.4587 | 629.1602 | 1 |
| 6 | 1 | 657.2808 | 651.3806 | 650.2199 | 1 |
| 7 | 1 | 644.7825 | 636.0092 | 636.5520 | 1 |
| 8 | 1 | 629.2786 | 623.7453 | 624.0840 | 1 |
| 9 | 1 | 651.0442 | 645.9520 | 647.4073 | 1 |
| 10 | 1 | 663.1222 | 657.3635 | 657.9626 | 1 |
| 11 | 1 | 599.2373 | 593.9257 | 596.2844 | 1 |
| 12 | 1 | 675.7299 | 669.5757 | 670.5184 | 1 |
| 13 | 1 | 611.0629 | 607.1940 | 609.8609 | 1 |
| 14 | 1 | 705.5482 | 698.2203 | 700.2967 | 1 |
| 15 | 1 | 617.1648 | 612.4282 | 614.3079 | 1 |
| 16 | 1 | 656.1240 | 644.3684 | 646.1446 | 1 |
| 17 | 1 | 621.8374 | 618.5617 | 618.6513 | 1 |
| 18 | 1 | 597.3317 | 592.8394 | 593.6438 | 1 |
| 19 | 1 | 642.9317 | 640.7085 | 641.5007 | 1 |
| 20 | 1 | 592.2330 | 592.9890 | 594.4160 | 3 |
| 21 | 1 | 579.7453 | 579.8726 | 580.5123 | 3 |
| 22 | 1 | 612.7897 | 604.5553 | 606.3107 | 1 |
| 23 | 1 | 743.1856 | 738.4018 | 740.6843 | 1 |
| 24 | 1 | 627.2560 | 621.8481 | 622.8720 | 1 |
| 25 | 1 | 648.0614 | 648.3268 | 648.8496 | 3 |
| 26 | 1 | 683.7638 | 675.0610 | 677.1131 | 1 |
| 27 | 1 | 743.0302 | 730.7934 | 731.8194 | 1 |
| 28 | 1 | 632.3708 | 627.8862 | 629.8772 | 1 |
| 29 | 1 | 600.4505 | 597.1556 | 599.1414 | 1 |
| 30 | 1 | 671.4016 | 669.6732 | 670.7770 | 1 |
| 31 | 2 | 644.3464 | 647.9411 | 647.3074 | 2 |
| 32 | 2 | 639.3091 | 637.9484 | 639.9012 | 3 |
| 33 | 2 | 640.1865 | 640.0315 | 640.0824 | 1 |
| 34 |  2 | 572.8631 | 574.9052 | 575.1543 | 3 |
| 35 | 2 | 569.6977 | 577.8360 | 577.0595 | 2 |
| 36 | 2 | 581.9924 | 588.6526 | 588.4927 | 2 |
| 37 | 2 | 603.0394 | 608.5288 | 608.2798 | 2 |
| 38 | 2 | 620.0840 | 628.4674 | 626.9828 | 2 |
| 39 | 2 | 600.7799 | 604.5098 | 604.5390 | 3 |
| 40 | 2 | 600.8799 | 602.3287 | 601.6737 | 2 |
| 41 | 2 | 601.7178 | 603.4156 | 603.4577 | 3 |
| 42 | 2 | 583.6334 | 590.9310 | 589.7918 | 2 |
| 43 | 2 | 594.7506 | 596.5784 | 597.1904 | 3 |
| 44 | 2 | 582.2658 | 584.6174 | 583.2772 | 2 |
| 45 | 2 | 556.1508 | 558.0929 | 558.6525 | 3 |
| 49 | 2 | 658.5626 | 665.6927 | 665.2598 | 2 |
| 47 | 2 | 591.6135 | 595.3593 | 594.1936 | 2 |
| 48 | 2 | 573.5877 | 577.7038 | 577.4668 | 2 |
| 49 | 2 | 550.6596 | 550.9761 | 551.6514 | 3 |
| 50 | 2 | 586.6563 | 593.0289 | 592.9542 | 2 |
| 51 | 2 | 579.6584 | 583.0575 | 582.3128 | 2 |
| 52 | 2 | 576.1250 | 584.1692 | 583.2551 | 2 |
| 53 | 2 | 603.2679 | 610.8032 | 609.5620 | 2 |
| 54 | 2 | 577.7594 | 586.8613 | 584.8671 | 2 |
| 55 | 2 | 586.4881 | 592.8257 | 592.9981 | 3 |
| 56 | 2 | 578.0911 | 585.5429 | 585.3330 | 2 |
| 57 | 2 | 629.7704 | 639.1404 | 638.1331 | 2 |
| 58 | 2 | 614.9022 | 619.2571 | 618.1712 | 2 |
| 59 | 2 | 635.5270 | 641.8555 | 640.2150 | 2 |
| 60 | 2 | 703.5033 | 710.1043 | 710.4017 | 3 |
| 61 | 3 | 584.9089 | 594.7398 | 592.0183 | 2 |
| 62 | 3 | 602.3111 | 606.5439 | 606.7707 | 3 |
| 63 | 3 | 566.1140 | 572.5811 | 572.2357 | 2 |
| 64 | 3 | 553.3945 | 562.5745 | 560.9692 | 2 |
| 65 | 3 | 606.7550 | 609.2082 | 610.4249 | 3 |
| 66 | 3 | 595.3781 | 592.8023 | 594.2476 | 1 |
| 67 | 3 | 586.3106 | 590.3046 | 590.2526 | 2 |
| 68 | 3 | 569.4425 | 571.1507 | 571.5554 | 3 |
| 69 | 3 | 612.1098 | 614.1582 | 614.8479 | 3 |
| 70 | 3 | 648.2088 | 652.6148 | 652.7973 | 3 |
| 71 | 3 | 601.2225 | 605.8097 | 605.9306 | 3 |
| 72 | 3 | 565.0888 | 571.9262 | 572.1945 | 3 |
| 73 | 3 | 635.8642 | 638.3452 | 640.0161 | 3 |
| 74 | 3 | 608.5933 | 615.4887 | 616.0479 | 3 |
| 75 | 3 | 619.7448 | 623.6785 | 624.8889 | 3 |
| 76 | 3 | 594.4798 | 597.6712 | 597.3234 | 2 |
| 77 | 3 | 602.1838 | 605.9539 | 605.1257 | 2 |
| 78 | 3 | 631.9301 | 632.3177 | 632.4314 | 3 |
| 79 | 3 | 651.7723 | 653.1057 | 654.7432 | 3 |
| 80 | 3 | 616.6034 | 617.2447 | 617.8604 | 3 |
| 81 | 3 | 617.1211 | 617.6252 | 618.7230 | 3 |
| 82 | 3 | 609.3603 | 613.2649 | 613.7050 | 3 |
| 83 | 3 | 598.0063 | 600.4452 | 601.3181 | 3 |
| 84 | 3 | 640.5287 | 644.9971 | 644.9594 | 2 |
| 85 | 3 | 607.5177 | 611.8418 | 611.6637 | 2 |
| 86 | 3 | 644.3989 | 644.8118 | 646.1714 | 3 |
| 87 | 3 | 566.2646 | 570.9795 | 571.9626 | 3 |
| 88 | 3 | 624.9501 | 622.3891 | 624.2890 | 1 |
| 89 | 3 | 624.1925 | 624.3639 | 624.9530 | 3 |
| 90 | 3 | 683.1486 | 685.9913 | 687.0478 | 3 |

**4.2線性區別法的錯誤率計算(一)**

 根據2.4.2所提的內容，在計算錯誤率之前，需先建立混淆矩陣(confusion matrix)

**表4-2 美式足球隊員預測結果的混淆矩陣(一)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 預測組別  |  |
| 實際組別 |  | 1 | 2 | 3 | Total |
| 1 | 26 | 1 | 3 | 30 |
| 2 | 1 | 20 | 9 | 30 |
| 3 | 2 | 8 | 20 | 30 |

在第一列中，屬於高中美式足球隊員也被正確分到高中美式足球隊員的球員有26人，被錯誤分到大學美式足球隊員的球員有1人，被錯誤分到非美式足球隊員的球員有3人。因此屬於高中美式足球隊員，卻被錯誤分到另外兩組的球員的人數為。

 在第二列中，屬於大學美式足球隊員也被正確分到大學美式足球隊員的球員有20人，被錯誤分到高中美式足球隊員的球員有1人，被錯誤分到非美式足球隊員的球員有9人。因此屬於大學美式足球隊員，卻被錯誤分到另外兩組的球員的人數為。

 在第三列中，屬於非美式足球隊員也被正確分到非美式足球隊員的球員有20人，被錯誤分到高中美式足球隊員的球員有2人，被錯誤分到大學美式足球隊員的球員有8人。因此屬於非美式足球隊員，卻被錯誤分到另外兩組的球員的人數為。

因此，錯誤率(the apparent error rate)



由於有點大，所以用線性區別法分此三組美式足球隊員的結果只能勉強接受。另外可看出大學美式足球隊員與高中美式足球隊員這兩組比較不會分錯，錯誤主要來自大學美式足球隊員與非美式足球隊員這兩組。這應該與成年人的頭部已定型，頭部與大學美式足球隊員的頭部類似，但此成年人不一定是大學美式足球隊員。

**4.3線性區別法的分析結果(二)**

由第三章的初步分析可知，最大的頭寬()與眼睛高度頭正面到反面的長度()兩個變數的區別能力可能不佳，因此也考慮在用線性區別法時，只使用另外四個區別能力較佳的變數、、、，與4.1節相同， 個變異數相等的常態母體的線性分類法則為

其中



在計算之前，先求三組美式足球隊員的資料的樣本平均向量及樣本變異數共變數矩陣，結果如下：

  







而全部資料的樣本平均向量及合併的樣本變異數共變數矩陣如下：





由SPSS的區別分析的報表可得到下面三組美式足球隊員的估計的線性區別分數()：



再將90筆資料的、、、的數字代入，算出，，的線性區別分數的值，得到表4-3。

**表4-3 線性區別分數及實際與預測的組別(二)**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Number | 實際組別 |  |  |  | 預測組別 |
| 1 | 1 | 578.8424 | 577.6175 | 579.4270 | 3 |
| 2 | 1 | 642.8611 | 640.0990 | 641.1462 | 1 |
| 3 | 1 | 559.5716 | 563.8585 | 563.3245 | 2 |
| 4 | 1 | 623.3178 | 618.1895 | 620.2427 | 1 |
| 5 | 1 | 632.5576 | 628.0467 | 629.7678 | 1 |
| 6 | 1 | 661.9615 | 660.9552 | 661.5903 | 1 |
| 7 | 1 | 643.2703 | 636.7465 | 638.2754 | 1 |
| 8 | 1 | 619.806 | 615.9552 | 617.1128 | 1 |
| 9 | 1 | 641.044 | 636.2797 | 638.1367 | 1 |
| 10 | 1 | 656.172 | 651.5844 | 652.8422 | 1 |
| 11 | 1 | 589.7153 | 584.1418 | 586.7197 | 1 |
| 12 | 1 | 666.6358 | 661.4612 | 663.0057 | 1 |
| 13 | 1 | 595.6036 | 589.5892 | 591.9001 | 1 |
| 14 | 1 | 697.1085 | 690.6716 | 693.3218 | 1 |
| 15 | 1 | 604.8433 | 599.4465 | 601.4253 | 1 |
| 16 | 1 | 660.1545 | 652.2141 | 655.4541 | 1 |
| 17 | 1 | 618.3331 | 617.1126 | 618.1304 | 1 |
| 18 | 1 | 590.8247 | 587.0789 | 588.4107 | 1 |
| 19 | 1 | 634.9955 | 633.0078 | 634.1712 | 1 |
| 20 | 1 | 579.9061 | 579.8126 | 581.2803 | 3 |
| 21 | 1 | 570.7119 | 570.6974 | 571.5928 | 3 |
| 22 | 1 | 601.6976 | 593.6033 | 595.7033 | 1 |
| 23 | 1 | 726.6112 | 719.6567 | 721.5766 | 1 |
| 24 | 1 | 619.9713 | 614.7511 | 616.1308 | 1 |
| 25 | 1 | 639.7212 | 640.1835 | 641.0660 | 3 |
| 26 | 1 | 675.2825 | 667.5188 | 670.1596 | 1 |
| 27 | 1 | 741.8994 | 732.7859 | 735.0672 | 1 |
| 28 | 1 | 623.0689 | 619.3665 | 621.8986 | 1 |
| 29 | 1 | 583.8727 | 579.4364 | 581.3770 | 1 |
| 30 | 1 | 663.1855 | 660.9749 | 662.2286 | 1 |
| 31 | 2 | 633.3058 | 637.0679 | 636.7873 | 2 |
| 32 | 2 | 628.4015 | 626.2790 | 628.2982 | 1 |
| 33 | 2 | 634.2604 | 635.0114 | 635.6383 | 3 |
| 34 | 2 | 567.6038 | 570.3224 | 571.0760 | 3 |
| 35 | 2 | 558.1511 | 566.0303 | 565.4760 | 2 |
| 36 | 2 | 574.0807 | 579.6865 | 579.4998 | 2 |
| 37 | 2 | 587.0283 | 591.6265 | 591.4088 | 2 |
| 38 | 2 | 605.0537 | 611.7325 | 610.0274 | 2 |
| 39 | 2 | 587.8043 | 590.4575 | 590.4579 | 3 |
| 40 | 2 | 592.4859 | 594.4604 | 594.2665 | 2 |
| 41 | 2 | 588.284 | 589.3830 | 589.5442 | 3 |
| 42 | 2 | 569.5957 | 575.8563 | 574.7017 | 2 |
| 43 | 2 | 579.7221 | 580.2647 | 580.7857 | 3 |
| 44 | 2 | 574.7083 | 578.8328 | 578.3376 | 2 |
| 45 | 2 | 544.9218 | 546.0422 | 546.6500 | 3 |
| 49 | 2 | 644.503 | 649.5080 | 648.7242 | 2 |
| 47 | 2 | 583.2237 | 586.6568 | 585.6936 | 2 |
| 48 | 2 | 560.4149 | 563.3934 | 563.1091 | 2 |
| 49 | 2 | 539.4465 | 539.9048 | 540.9254 | 3 |
| 50 | 2 | 569.6742 | 574.3514 | 574.0610 | 2 |
| 51 | 2 | 567.6437 | 570.6048 | 570.0274 | 2 |
| 52 | 2 | 563.9203 | 570.8479 | 569.8920 | 2 |
| 53 | 2 | 590.1402 | 597.0038 | 595.8588 | 2 |
| 54 | 2 | 564.3088 | 572.0501 | 569.9401 | 2 |
| 55 | 2 | 572.349 | 577.8348 | 578.0490 | 3 |
| 56 | 2 | 566.3968 | 572.5179 | 572.1996 | 2 |
| 57 | 2 | 613.0175 | 620.7836 | 619.5887 | 2 |
| 58 | 2 | 603.4963 | 607.6067 | 606.7472 | 2 |
| 59 | 2 | 624.0556 | 629.0042 | 627.2399 | 2 |
| 60 | 2 | 684.5852 | 688.1654 | 687.8402 | 2 |
| 61 | 3 | 574.3404 | 584.6445 | 582.3699 | 2 |
| 62 | 3 | 590.3339 | 593.4662 | 593.6559 | 3 |
| 63 | 3 | 551.5296 | 556.5158 | 556.0186 | 2 |
| 64 | 3 | 542.0622 | 551.2340 | 549.9280 | 2 |
| 65 | 3 | 587.7903 | 587.4522 | 588.1172 | 3 |
| 66 | 3 | 586.1719 | 584.1706 | 586.0928 | 1 |
| 67 | 3 | 573.9813 | 576.3138 | 576.0520 | 2 |
| 68 | 3 | 560.9875 | 562.5434 | 563.2002 | 3 |
| 69 | 3 | 601.7715 | 602.9234 | 603.6374 | 3 |
| 70 | 3 | 635.2179 | 638.1691 | 638.2063 | 3 |
| 71 | 3 | 589.082 | 592.9042 | 593.0916 | 3 |
| 72 | 3 | 549.7923 | 554.9685 | 555.0302 | 3 |
| 73 | 3 | 619.2815 | 619.7402 | 621.0942 | 3 |
| 74 | 3 | 590.7808 | 594.8422 | 594.8353 | 2 |
| 75 | 3 | 601.4806 | 603.4532 | 604.3672 | 3 |
| 76 | 3 | 583.2569 | 586.0343 | 585.8605 | 2 |
| 77 | 3 | 592.7094 | 596.3305 | 595.7563 | 2 |
| 78 | 3 | 620.5807 | 621.1812 | 621.6624 | 3 |
| 79 | 3 | 634.789 | 633.3528 | 634.4433 | 1 |
| 80 | 3 | 605.6235 | 605.6683 | 606.4015 | 3 |
| 81 | 3 | 605.8178 | 604.8192 | 605.7552 | 1 |
| 82 | 3 | 592.6004 | 594.4432 | 594.5544 | 3 |
| 83 | 3 | 583.0269 | 584.1198 | 584.8828 | 3 |
| 84 | 3 | 624.9623 | 628.0842 | 627.9371 | 2 |
| 85 | 3 | 596.5021 | 600.0565 | 599.9425 | 2 |
| 86 | 3 | 629.9237 | 629.2658 | 630.5999 | 3 |
| 87 | 3 | 549.7172 | 552.0434 | 552.5967 | 3 |
| 88 | 3 | 612.4599 | 609.0150 | 610.9451 | 1 |
| 89 | 3 | 611.073 | 610.6851 | 611.4052 | 3 |
| 90 | 3 | 665.0375 | 664.8692 | 665.3053 | 3 |

**4.4線性區別法的錯誤率計算(二)**

 根據2.4.2所提的內容，在計算錯誤率之前，需先建立混淆矩陣(confusion matrix)

**表4-4 美式足球隊員預測結果的混淆矩陣(二)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 預測組別  |  |
| 實際組別 |  | 1 | 2 | 3 | Total |
| 1 | 25 | 1 | 4 | 30 |
| 2 | 1 | 21 | 8 | 30 |
| 3 | 4 | 9 | 17 | 30 |

在第一列中，屬於高中美式足球隊員也被正確分到高中美式足球隊員的球員有25人，被錯誤分到大學美式足球隊員的球員有1人，被錯誤分到非美式足球隊員的球員有4人。因此屬於高中美式足球隊員，卻被錯誤分到另外兩組的球員的人數為。

 在第二列中，屬於大學美式足球隊員也被正確分到大學美式足球隊員的球員有21人，被錯誤分到高中美式足球隊員的球員有1人，被錯誤分到非美式足球隊員的球員有8人。因此屬於大學美式足球隊員，卻被錯誤分到另外兩組的球員的人數為。

 在第三列中，屬於非美式足球隊員也被正確分到非美式足球隊員的球員有17人，被錯誤分到高中美式足球隊員的球員有4人，被錯誤分到大學美式足球隊員的球員有9人。因此屬於非美式足球隊員，卻被錯誤分到另外兩組的球員的人數為。

因此，錯誤率(the apparent error rate)



由於有點大，所以用線性區別法分此三組美式足球隊員的結果只能勉強接受，理由與4.4節相同。另外值得注意的是，用4個變數做區別分析的錯誤率30.00%比用6個變數做區別分析的錯誤26.67%略高一些，但差異不大，所以當變數很多時，可以考慮將區別能力可能不佳的變數去掉，再做區別分析，以節省計算時間。本專題因變數不多，所以節省計算時間的效果並不明顯。

**4.5 新的觀察值的分類**

 若有一美式足球隊員，不知他是屬於高中美式足球隊員、大學美式足球隊員或是非美式足球隊員，只知道他有下列這些特徵：

 最大的頭寬()15.400

 頭部周長()58.037

 眼睛高度頭正面到反面的長度()19.908

 眼睛到頭頂的長度()11.370

 耳朵到頭頂的長度()13.961

 下颌、下巴寬度()12.004

將上述特徵的值[15.400 58.037 19.908 11.370 13.961 12.004 ]代()、()和()得到



(代表估計此球員屬於高中美式足球隊員的線性區別分數)



(代表估計此球員屬於大學美式足球隊員的線性區別分數)



(代表估計此球員屬於非美式足球隊員的線性區別分數)

線性區別分數最大，表示距離非美式足球隊員的樣本平均向量最近，所以這一足球隊員應該被歸類為非美式足球隊員。

若只使用四個區別能力較佳的變數、、、，將上述特徵的值[58.037 11.370 13.961 12.004 ]代()、()和()得到

605.318

 (代表估計此球員屬於高中美式足球隊員的線性區別分數)

605.992

 (代表估計此球員屬於大學美式足球隊員的線性區別分數)

606.544

(代表估計此球員屬於非美式足球隊員的線性區別分數)

線性區別分數最大，表示距離非美式足球隊員的樣本平均向量最近，所以這一足球隊員應該被歸類為非美式足球隊員。